5.Optical Coherenceの二,三の問題(「Coherent Stateの理論」,基研研究会報告)

長島, 知正

Spin Configurations".

参 考 文 献

1. W.Louisell; Radiation and Noise in Quantum Electronic (McGraw-Hill, Book Co. Inc., New York, 1964)
2. C.N.Yang; Rev. Mod. Phys. 34 (1962) 694.

5. Optical Coherence の二，三の問題

早大理工　長 島 知 正

1. Coherent state について

R.Glauber が，いわゆるCoherent state なる状態を輻射場が干渉性を持つ理想的な状態として導入したのは， field の correlation function が factorize される様に選んだものであり，その様な状態として，結局，field operator を

$$\mathbf{E}(x) = \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{x}, t)$$
$$= \sum_k a_k\, u_k(\mathbf{x})\, e^{-i\omega_k t} + \sum a_k^{+}\, u_k^{*}(\mathbf{x})\, e^{i\omega_k t}$$

と分解した時， $a_k|\alpha_k\rangle = \alpha_k|\alpha_k\rangle$ であれば，つまり， annihilation operator の固有状態であれば，先の field correlation functionを factorize することを示した。この様にGlauber は，この状態を operational な方法で導出した。そこで，この状態の物理的な内容を探ぐるのは意味があると思われる。今， field の一つのモードに注目して，この coherent state に見い出す photon の分布を考えると

$$P_n(\alpha) = |\langle\alpha|n\rangle|^2 = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}\exp(-|\alpha|^2)$$

で与えられる。従って number fluctuation は，

$$(\triangle n)^2 = \langle n \rangle$$

である。これは， poisson 分布である。 poisson 分布は，古典的粒子が互いに相関なしに random に飛んでくる時に，それを測定した場合に得られるものである。従って，一見，何んら相関のない（波動性） noise ばかりの状態の様に見うけられる。一方，例えば電場を表わす operator の coherent state での期待値をとると

$$\langle |\mathbf{E}_k(\mathbf{x}, t)| \rangle \propto \epsilon_k(\mathbf{x}) \cos(\omega_k t - \varphi)$$

となり，これは，電場が， Classical wave として， phase まで定った状態である事を示している。この様に，一見，相反するかに見られるこの状態も，次の様に考える事で，矛盾なく理解されると思われる。即ち， photon number fluctuction が poisson 分布であることは，その系が何んら波動性を持たないのではなくて，逆に，量子力学的体系としては，必ず，波動的ゆらぎと粒子的ゆらぎとが共存するものであるから，その系の number fluctuation としては，特に， Bose 粒子系の fluctuation は，

$$(\triangle n)^2 \propto a\langle n \rangle + b\langle n^2 \rangle$$

で与えられる。（平均は grand cannonical 平均）従って，この fluctuation を coherent state のそれと比較すると，第２項がゼロとなっている。つまりこの項は，$\langle n^2 \rangle$ に比例する波動的ゆらぎがゼロになった事を示している。この事から， coherent state は，量子力学的体系の属性として，常に存在する波動的ゆらぎと粒子的ゆらぎの中，前者が全くなくなった状態と解する事ができる。又，これとは逆に，第１項が，つまり $\langle n \rangle$ に比例する粒子的ゆらぎのない状態も考えることもできるが，これは，従来から良く知られた number eigenstate に他ならない。この様な統計的立場から，輻射場として， coherent な波と熱的な場の共存する系の number fluctuation を計算する。　前者は $p_1(\alpha) = \delta^{(2)}(\alpha - \alpha_0)$， 後者は， $p_2(\alpha) = \frac{1}{\pi \langle n \rangle_{th}} e^{-\frac{|\alpha|^2}{\langle n \rangle_{th}}}$ として， p－

表示された分布函数を用いて表現できる。この両者の共存する場は，p_1 と p_2 の convolution で与えられるので，

$$p(\alpha) = \frac{1}{\pi\langle n\rangle_{th}} \exp\left[-\frac{|\alpha - \alpha_0|^2}{\langle n\rangle_{th}}\right]$$

となる。これより，簡単な計算から，

$$(\triangle n)^2 = \langle n\rangle_{th} + |\alpha_0|^2 + 2|\alpha_0|^2\langle n\rangle_{th} + \langle n\rangle^2_{th}$$

で与えられる。ここで，$\langle n\rangle_{tot} = \langle n\rangle_{th} + |\alpha_0|^2$， $\gamma = \dfrac{|\alpha_0|^2}{\langle n\rangle_{th}}$ と変数変換して，書き直せば，

$$(\triangle n)^2 = \langle n\rangle_{tot} + \frac{2\gamma + 1}{(\gamma+1)^2}\langle n\rangle^2_{tot}$$

となる。ここで $\gamma \to \infty$ とすれば，$(\triangle n)^2 \to \langle n\rangle_{tot}$ となり， number fluctuation は poisson 分布となる。つまり， thermal な noise があっても，$\gamma \to \infty$ に近ずくに従って，その体系は， coherent な場の fluctuation に近ずくことになる。

さて，以上の議論は， number fluctuation のみに注目してきたので，poisson 分布で与えられるものであれば，何んでも良かった。従って， Blackbody radiation からの光も一つの wave packet の中では coherent であるし，又 Laser beam も coherent である。そこで，この両者の違いを表わすパラメータが必要であり，光学では，それに相当するものを coherence length と呼んでいる。この様な量を厳密に定義する必要があると思われる。しかも，それは他の体系，例えば，超流動を示す体系に対する Ginzburg －Landau 理論の order － parameter に対比され得る様なものである事が望ましい。

2． レーザー発振理論と非線型レスポンス

これについては，物性研究；17， no．3 （’71）を参照されたい。